

7. cvičení - Limity funkcí 2

✱ = příklady, co byste fakt fakt měli udělat, prosím prosím

Příklad 1. Spočtete následující limity.

- | | |
|---|---|
| (a) ✱ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x,$ | (e) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left[\tan\left(\frac{\pi}{8} + x\right)\right]^{\tan 2x},$ |
| (b) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1+x}{2+x}\right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}},$ | (f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\log x + 1}{\log x}\right)^{\log x},$ |
| (c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{2+x}\right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}},$ | (g) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2)^{\frac{1}{\sin^2 x}},$ |
| (d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 - x + 1}{2x^2 + x + 1}\right)^{\frac{x^3}{1-x}},$ | (h) ✱ $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tan x)^{\frac{1}{\sin x}},$ |
| | (i) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \tan x}{1 + \sin x}\right)^{\frac{1}{\sin x}}.$ |

Příklad 2. Limity s parametrem.

- | | |
|---|---|
| (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x^n}, n \in \mathbb{Z},$ | (d) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin mx}{\sin nx}, m, n \in \mathbb{N},$ |
| (b) ✱ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2+7} - \sqrt[3]{x^3+7}}{(x-1)^n}, n \in \mathbb{Z},$ | (e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}, a \in \mathbb{R}, a > 0,$ |
| (c) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}, a \in \mathbb{R},$ | (f) ✱ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+a}{x-a}\right)^x, a \in \mathbb{R}.$ |

Příklad 3. Zkouškové příklady:

- | | |
|---|---|
| (a) ✱ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\tan x)}{\arctan(\arcsin x)},$ | (g) ✱ $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{(\sqrt{e})^{\sin x} - \cos(\sqrt{x})}{\log^2(1+\sqrt{x})},$ |
| (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\arctan x)}{x^2},$ | (h) ✱ $\lim_{x \rightarrow 0+} \left(1 - \sqrt{\arcsin x}\right)^{\frac{1}{\sqrt[4]{1-\cos x}}},$ |
| (c) ✱ $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{5}{2}} \arcsin(\sqrt{x^5+1} - \sqrt{x^5-1}),$ | (i) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(2e^{\frac{4x}{x+1}} - 1\right)^{\frac{x^2+1}{3x}},$ |
| (d) $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} (4x^2 - 9\pi^2)^{\frac{\cos x}{1+\sin x}},$ | (j) $\lim_{x \rightarrow 0+} \left(\frac{4^x + 5^x + 6^x}{3}\right)^{\frac{1}{x}}.$ |
| (e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan(\sqrt{x^2 + \sin^2 x} - \sqrt{x^2 - \cos^2 x})}{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 1}},$ | |
| (f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - 1}{\log \sqrt{1+x^2}},$ | |

